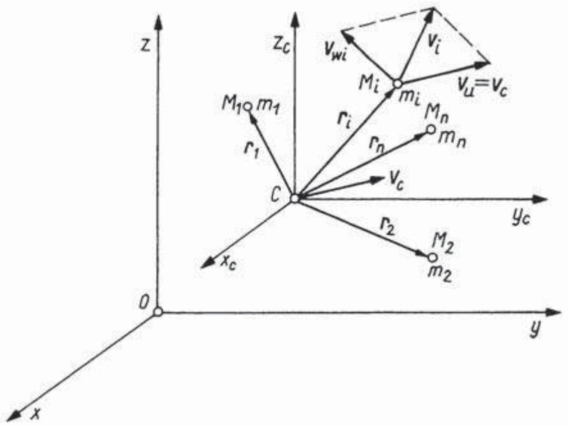

Rys. 22.7. Opis prędkości układu punktów materialnych

Po podstawieniu otrzymanego wyrażenia (22.38) do wzoru (22.36) uzyskamy

$$E = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i (v_C^2 + 2\boldsymbol{v}_C \cdot \boldsymbol{v}_{wi} + v_{wi}^2) =$$

$$= \frac{1}{2} v_C^2 \sum_{i=1}^{n} m_i + \boldsymbol{v}_C \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{v}_{wi} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_{wi}^2 \tag{22.39}$$

W wyrazie środkowym występuje suma geometryczna $\sum\limits_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{v}_{wi}$, równa pędowi układu punktów materialnych w jego ruchu względem układu odniesienia $Cx_C y_C z_C$. Wykażemy, że ta suma geometryczna jest równa zeru [7]. Na rysunku 22.7 promienie $\boldsymbol{r}_i$ opisują położenia poszczególnych punktów materialnych względem środka masy C. Zatem promień-wektor opisujący położenie środka masy C jest równy zeru ($r_C = 0$). Na podstawie zależności (21.2) możemy napisać

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{r}_i$$

stąd

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{r}_i = 0, \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{r}_i \right) = 0$$

Pochodna względem czasu promienia $\boldsymbol{r}_i$ poprowadzonego z początku ruchomego układu współrzędnych jest równa prędkości względnej rozpatrywanego punktu $\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i/\mathrm{d}t = \boldsymbol{v}_{wi}$. Zatem

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{r}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{v}_{wi} = 0 \tag{22.40}$$

Na podstawie zależności (22.40) można zapisać

$$\boldsymbol{v}_C \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{v}_{wi} = 0 \tag{22.41}$$